

## BİR SİSMİK KÜTLESİNİN TİTREŞİM ÜRETEEN CİSME GÖRE BAĞIL YERDEĞİŞİMİNİN MATEMATİKSEL MODELİ

Abdurrahman KARABULUT

Afyon Kocatepe Üniversitesi-Teknik Eğitim Fakültesi Makina Eğitimi Bölümü

### ÖZET

Bu çalışmada, titreşim ölçme aleti olan sismometre incelenmiştir. Sismometre genelde deprem ölçen bir alet olarak bilinir. Depremi meydana getiren dünya kabuğundaki temel mekanizmalar tamamen anlaşılamamıştır. Bazı ölçümlerle deprem haritaları oluşturulmuştur. Deprem sırasında, deprem şiddetinin belirtilmesi için sismometreden faydalanılır. Bu ölçümler depremin yıkıcı gücünü ortaya çıkarır. Sismometre elemanlarının seçimi hassas bir titreşim ölçümü için çok önemlidir. Bu elemanların karakteristik özelliklerinin belirtilmesinde teorik bilgilerden faydalanılır.

Bu amaçla , sismiğin. newtonun hareket kanunu kullanılarak dış kuvvet, kütle, yay katsayısı ve sönüm elemanı parametrelerine göre matematiksel modeli ve fiziksel modeli oluşturulmuştur.

Bu aletin ölçme kapasitesi ve hassasiyetinin artırılması sönüm faktörünün değiştirilmesiyle mümkündür. Bununla birlikte geniş ölçme frekansına bağlı küçük genliklerin belirtilmesinde doğru sonuçlar elde edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Sismometre, Titreşim, Deprem, Titreşim ölçümü

### A MATHEMATICAL MODEL FOR RELATIVE DISPLACEMENT A SEISMIC MASS OF WITH RESPECT TO VIBRATION SOURCE

### ABSTRACT

In this study, seismometer, device of vibration measurement, is investigated. Seismometer is generally known as a device for measuring earthquake. Basic

mechanisms in the crust of earth that produce quake are not fully understood. Theories and suggestions regarding to these mechanisms have been discussed. Earthquake maps were prepared by measurements. Seismometers can be used to define the magnitude of an earthquake. These measurements give the destruction power of quake. Selection of elements of seismometer is very important for a very precise measurement of vibration. When defining the characteristics of these element, theoretical knowledge is necessary.

For this purpose, a physical model of seismic is developed. By the use of the Newton's law of motion, external force, mass, coefficient of spring and damping parameters are selected for the mathematical model.

Measuring capacity and improving the precision of this device is possible to improve by changing the damping factor. Moreover, accurate results are obtained for defining the small magnitudes related to wide measuring frequency.

**Key Words:** Seismometer, Earthquake, Vibration, Measurement of Vibration

## 1. GİRİŞ

Günümüz teknolojisinde titreşim konusu çok büyük bir öneme sahiptir. Dinamik kuvvet etkisi altında kalan her cisim belli bir oranda titreşim yapmaktadır. Çalışan bir makinanın üzerinde hareketli elemanların bir çoğu titreşim üretirler. Bunun dışında ani kuvvetler etkisi altında da titreşim meydana gelir. Bunun en açık bir örneği depremdir. Yeraltındaki fay kaymalarından dolayı yer kabuğunda oluşan büyük sarsıntılar meydana gelmektedir. İşte bu sarsıntılar titreşim olarak değerlendirilmektedir. Sismometre yardımıyla yer kabuğundaki sarsıntılar (titreşimler) ölçülür. Ayrıca sismometre aleti mantığı ile yapılan titreşim ölçen birçok sistem vardır. Bu tür sistemler kullanılarak makinaların üzerindeki titreşimlerin şiddeti de ölçülmektedir[1,2].

Makina ve tezgahların bulunduğu üretim alanlarında, çalışan sistemlerin sırasında sürekli titreşim durumları takip edilmesi ve gerekli koruyucu tedbirlerin alınması gereklidir. Makinaların ömrü, ekonomik bir işletmecilik açısından çok önemlidir. Bilhassa son senelerde koruyucu bakım ve kırılma öncesi, yorulma hasarı tespiti dinamik sistemlerin bulunduğu işletmelerde mühendislik hayatının bir parçası haline gelmiş bulunmaktadır.

Yüksek devirle çalışan gaz veya buhar türbinlerinin kullanıldığı pompa ve benzeri dinamik sistemlerin bulunduğu merkezlerde dengesizlikleri, dinamik kuvvet ve sistemlerin tahribatını anında tesbit etmek ve gerekli tedbirleri almak için sürekli titreşim ölçümü ve kontrolü yapılması gereklidir.

Bir sistemin dinamik analizini yaparken, dinamik karakteristikleri detaylı bir şekilde ortaya çıkarmak için, genelde bilinmesi gereken büyüklükler genlik, hız ve ivmedir. Her hangi bir sistemin zorlanmış titreşim analizi için, harmonik bir kuvvetle sistem tahrik edilmeli; serbest özelliklerinin belirtilmesi için de, sistem şok bir darbe ile tahrik edilmelidir.

Titreşimin zararından korumak için titreşim büyüklüğünün bilinmesi gerekir. Daha sonra bu ortamın uygun yalıtım elemanları yardımıyla titreşimini kontrol altına alarak titreşimin etkisi azaltılır. Hiçbir zaman titreşimin tamamını yok etmek mümkün değildir. Titreşimde en önemli değişken ivmedir. İvmenin değerini uygun sönüm elemanı kullanılarak çok küçük değerlere indirilebilir. Böylece belli oranda titreşim kontrol altına alınmış olacaktır.

Bu amaçla, birçok alet geliştirilmiştir. Bunlardan birisi de sismometre olarak bilinen sarsıntı ölçen alettir. Bu aletin karakteristik özellikleri üzerinde durulacaktır.

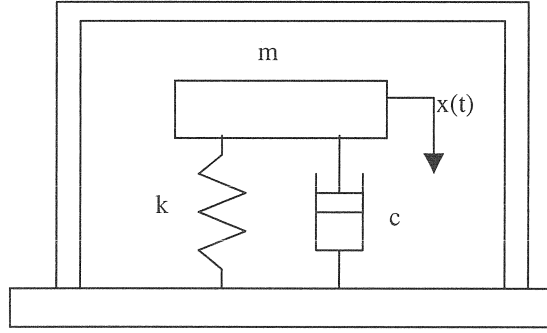
## **2. SİSTEMİN İÇ YAPISI**

Bir sismik aleti kullanarak titreşimin genliği ve ivmesi bulunabilir. Sistemin içinde kütle, yay ve sönümleyici vardır. Şekil 2.1 de sismik aletin şematik diyagramında görüldüğü gibi, sismiğin kütlesi; yay ve sönümleyici yardımıyla gövdeye bağlanır.

Bu aleti oluşturan yay, sönüm elemanı ve kütle gösterilmiştir. Titreşimin dördüncü elemanı olan kuvvet bir dış etki olarak varlığını gösterir. Buda şok kuvveti veya periyodik bir kuvvet olabilir. Makinaları tahrik eden bazı dış kuvvetlerde titreşim oluştururlar.

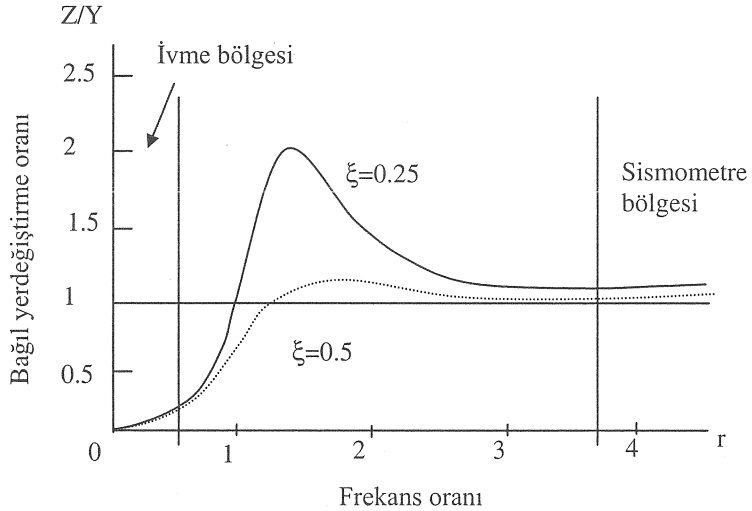
Pratikte sönümün daha iyi olması için gövdenin içi viskoz bir akışkanla doldurulur. Sismik aletin gövdesi alt yüzeyinden titreşimi ölçülecek cisme montaj edilir. Bu sismik x yönündeki hareketi ölçer. Cismin hareketi sonucu sismik kütlesi gövdeye göre bağlı hareket eder. Bu olay ivme alıcı

(transducer) ve filtre aracılığıyla osilografiye aktarılır. Kütlenin gövdeye.



Şekil 2.1 Sismik aletin şematik diyagramı

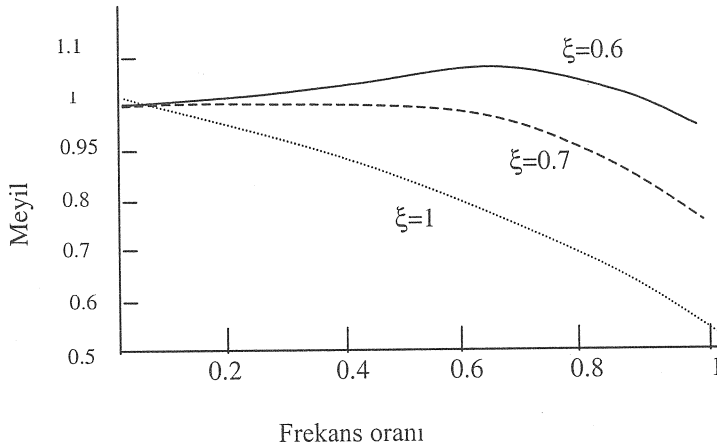
göre bağıl hareketi titreşim yapan sistem hakkında açık ve net bir bilgi verir. Osilografiden alınan grafikler üzerinde genlik, hız ve ivmelerin büyüklüğü gösterilir. Ayrıca ivme hız ve genlik dijital göstergeden de sayısal olarak elde edilir[1,3].



Şekil 2.2 Sismik ve ivme ölçümleri için kullanılan trasysuserların bağıl yer değişimi ile frekans arasındaki değişimin şiddeti

Frekanslar oranının  $Z/Y$  değeri arasındaki değişmeyi yukarıdaki diyagram vermektedir.  $r \geq 3$  eşit ve en büyük değeri için yer değişmeler oranı birbirine yaklaşmaktadır.  $Z/Y=1$  veya  $Z=Y$  de, değişmeler oranı ve temelin yer değişmesi aynı şiddettedir. Böylece Şekil 2.1 deki alet, temelin yer değişimi frekansı aletin tabi frekansının en az üç katı olması durumunda temelin harmonik yer değişimi ölçümünde kullanılabilir.

Gövdeye harmonik hareket sağlayan bir sistemi göz önüne alarak sismiğin kütleinin hareketi analiz edilir. Sismik kütleinin, cismin kütleine göre çok küçük olmasından sismik kütleinin cismin hareketine olumsuz bir etkisi görülmez. Sismik bir cisme bağlandığında, birden fazla serbestlik derecesine sahip titreşim yapan hareketleri algılamaz sadece tek serbestlik dereceli titreşim hareketlerini ölçer. Titreşim hareketinin yönüne göre sismik aleti civatalar yardımıyla yüzeye sıkıca bağlanır. Bağlantı arsında elastik herhangi bir elaman kullanılmaz. Çünkü titreşim yapan elemanın genliği ile sismometrenin genliğinin aynı olması gerekir.

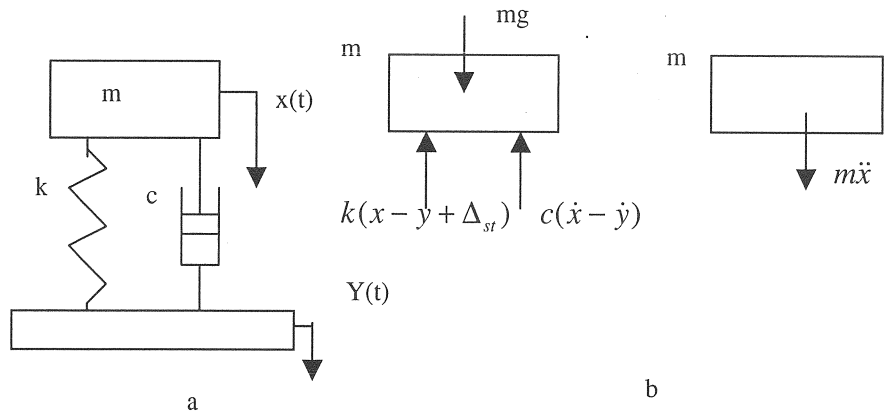


Şekil 2.3 bir ivme metre için bağıl yerdeğiştirme ve temelin ivmesinin arasındaki orana sönümün etkisi

Yer sarsıntısı ölçümünde kullanılan bir ivme-metrenin sönüm faktörü katsayısının en uygun değeri Şekil 2.3 de görüldüğü gibi  $\xi=0.7$  olması gerekir. Bu değerde, alet geniş ölçme spektrumuna sahiptir.  $r < 1$  için  $\xi$  nin değişik değerleri verilmiştir. İvme-metrenin bu değerler arasında en sıhhatli ölçüm yapacağı açık bir şekilde görülmektedir[7,8].

### 3. MATEMATİKSEL MODEL

Cismin yer değişimi  $y(t)$ , sismik kütlesinin yer değişimi  $x(t)$  olsun, kütle, yay ve sönümleyici oynayabilir bir tabana Şekil 3.1a daki gibi bağlanır. Sistemin yer değişimi herhangi bir zaman aralığında serbest cisim diyagramı Şekil 3.1b deki gibi gösterilir.



Şekil 3.1 Sismik kütlesinin fiziksel modeli[4]

Newtonun hareket kanunu uygulanarak

$$-k(x - y + \Delta_{st}) - c(\dot{x} - \dot{y}) + mg = m\ddot{x} \dots \dots \dots (1)$$

eşitliği yazılır. Statik çökme yerçekimin yaptığı etkiye eşit olacağından,

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\dot{y} + ky \dots \dots \dots (2)$$

olur. Sismik kütlesinin cismin hareketine göre bağlı yer değişimi

$$z(t) = x(t) - y(t) \dots \dots \dots (3)$$

olarak ifade edilir. Burada ölçülmek istenen değer  $z(t)$  dir. Eşitlik (2) de

değişkenlere bağlı z'yi kullanarak[4,5]

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = -m\ddot{y}.....(4)$$

$$\ddot{z} + 2\xi\omega_n\dot{z} + \omega_n^2 z = -\ddot{y}.....(6)$$

ayrıca (2) ve (4) eşitliği her ikisinde m'e bölünür

$$\ddot{x} + z\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 2\omega_n\dot{y} + \omega_n^2 y.....(5)$$

elde edilir, Eşitlik (5) sismik kütleinin ivmesini; eşitlik (6), cismin hareketine göre sismiğin bağıl ivmesini verir. Cismin yer değişimi farklı formlarda olabilir. Genelde bütün sistemler için çözümlenen hareket türü  $y=Y\sin\omega t$  harmonik hareket formunda verilirse (5) ve (6) eşitlikleri ve

$$\ddot{x} + z\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 2\xi\omega_n\dot{y} + \omega_n^2 Y\cos\omega t + \omega_n^2 Y\sin\omega t.....(7)$$

$$\ddot{z} + 2\xi\omega_n\dot{z} + \omega_n^2 z = \omega^2 Y\sin\omega t.....(8)$$

kütle, yay ve sönümleyiciye sahip sistemin harmonik harekete maruz kaldığını eşitlik (8) gösterir. Harmonik hareketin şiddeti kendi frekansının karesiyle orantılıdır. Bu eşitlik sabit katsayılı sağ taraflı diferansiyel bir denklemdir. Özel çözümü,

$$z(t)= Z\sin(\omega t-\phi) \quad (9)$$

bulunur. Burada Z ve  $\phi$  değerleri

$$Z = \frac{Y\omega^2}{[(k-m\omega^2)^2+c^2\omega^2]^{1/2}} = \frac{r^2Y}{[(1-r^2)^2+(2\xi r)^2]^{1/2}}$$

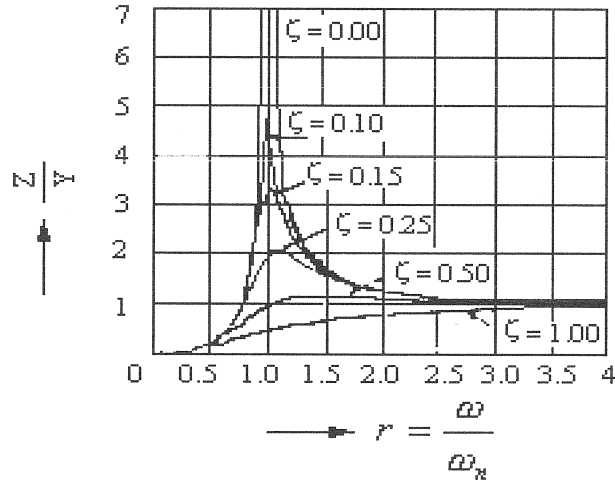
ve

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{c\omega}{k-m\omega^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2\xi r}{1-r^2}\right)$$

elde edilir[2,4,5,6]. Burada;

- $x(t)$  = Sismik kütlesinin yer değişimi
- $y(t)$  = Cismin yer değişimi
- $Y$  = Cismin yer değişme genliği
- $z(t)$  = Sismik kütlesinin bağıl yer değiştirmesi
- $Z$  = Bağıl yer değişiminin genliği
- $c$  = Sönüm katsayısı
- $k$  = Yay katsayısı
- $\omega$  = Cismin frekansı
- $\omega_n$  = Sismik aletin tabi frekansı
- $\xi$  = Sönüm faktörü
- $r$  = Frekanslar oranı
- $\phi$  = Faz açısı olarak tanımlanır.

$Z/Y$  oranı farklı sönüm faktörlerinde oluşan diyagram Şekil 3.2 de gösterilmiştir. Sönüm faktörüne bağlı olarak genlik değeri artmakta veya azalmaktadır. Ölçümü yapılan sistemin sönüm faktörü  $0 < \xi < 1$  arasında olması gerekir.  $\xi=0$  için, Şekil 3.2 den görüldüğü gibi genlik aşırı büyümekte,  $\xi=1$  için sistem üzerinde sönüm çok az görülmektedir. Böylece zayıf sönüm bölgesinde en uygun sönüm faktörü 0,3 olmalıdır.



Şekil 3.2 Genliğin frekans oranlarına göre değişimi[4]



r =1 oranında sönüm faktörünün aldığı değerler ne olursa olsun genliğin maksimum olduğu görülmektedir. Bir sismik aleti büyük frekans oranlarında doğru bir ölçme yapıyorsa bu alet sismometre diye isimlendirilir.

Büyük frekans oranlarında çalışan bir aletin kütlesinin küçük olması gerekir. Diğer taraftan, kütlelerin büyük, yay katsayısının küçük olması sismometre cihazının kullanım alanını daraltır. Birçok uygulamada kullanılmaz. Sismometrenin ölçme sırasında hata yüzdesi

$$E = \frac{Y_{ger} - Y_{ölç}}{Y_{ger}} \times 100$$

eşitliğiyle bulunur.

#### 4. SONUÇ

Titreşimlere maruz kalan sistemlerin kontrol altına alınması için titreşim büyüklüğünün belirtilmesi gerekir. Titreşimlerde etkili olan ivmedir. İvmenin elde edilmesi için iki yol vardır. Titreşim ölçen aletler yardımıyla veya matematiksel modeller kurularak ivmenin nominal değeri bulunur. Alet kullanılarak ölçme yapılamıyorsa Matematiksel modeller kullanılır.

Bu yolla daha fazla sistemin titreşiminin minimize edilmesi; titreşim izolasyonu için uygun parametrelerin oluşturulması konularında matematiksel model çok sık kullanılır. Mühendislik dalında üzerinde çalışılan titreşim modeli için sönüm faktörü  $0 < \xi < 1$  arasında olması istenir. Sönüm faktörü bu sınırlar arasında ise dış kuvvetler belirli ölçüde kontrol altına alınabilir.

Titreşim ölçümü yapan bir alet için en ideal sönüm faktörü  $\xi=0.7$  olması gerekir.  $r < 1.44$  değeri için,  $\xi$  nin küçük değerlerinde genlik oranları büyür;  $\xi$  nin büyük değerlerinde ise genlik oranları küçülür. İdeal sönüm faktörü her sistem için değişir. Doğru bir ölçüm için titreşim aletinin tabii frekansı büyük olmalıdır. Bunun içinde aletin kütlesi küçük, yay katsayısı büyük olmalıdır.

## 5. KAYNAKLAR

1. Plunkett, R., Shock and Vibration Instrumentation. Shock and Vibration Digest. Vol. 14, pp. 3-5, Sept.1982
2. Westermo, B. And Udvadia, F., Periodic Response of Sliding Oscillator System To Harmonic Excitation, Earthquake and Structural Dynamics. Vol. 11, pp. 135-146, 1989
3. Pretlove, A. J., Some Current Methods in Vibration Measurement, in B.O. Skipp (ed), Vibration in Civil Engineering pp. 96-112, Butterworth London, 1982.
4. Kelly, S. G., Fundumantal of Mechanical Vibration, McGraw-Hall, Singapore, 1993.
5. Holman, J. P., Experimental Methods For Engineers, 4<sup>th</sup> ed., Mc Graw-Hall, New York, 1984.
6. Wylie, C. R., and R. Barrett, Advanced Engineering Mathematics Mc Graw-Hill, New York, 1972.
7. Inman, D.J., and Virginia, B., Engineering Vibration, Prentice Hall, New York, 1996.
8. Matsuzaki, Y., and Tabaie S., Shock And Seismic Response Specra In Design Problems, Shock And Vibration Digest, Vol. 15, 1983 ,pp. 3-10.