

Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemenin Lineer Burkulma Analizi

Arzum Uluköy¹

¹Pamukkale Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, İmalat Mühendisliği Bölümü, Denizli.
e-posta:aulukoy@pau.edu.tr

Anahtar kelimeler

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme; Kuvvet kuralı fonksiyonu; Lineer burkulma; Sonlu elemanlar simülasyonu

Özet

Bu çalışma, aksel olarak basıya zorlanan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin (FDM) lineer burkulma analizini sunmaktadır. FDM malzeme özelliklerinin kuvvet kuralına uygun olarak genişliği boyunca sürekli değiştiği kabul edilmiştir. FDMnin sonlu elemanlar simülasyonu, ANSYS programı kullanılarak yapılmıştır. Derecelendirme-yüklemeye yönü ve kuvvet kuralı üstelinin etkisi analiz edilmiştir.

Linear Buckling Analysis of Functionally Graded Material

Keywords

Functionally graded material; Power-law function; Linear buckling; Finite element simulation

Abstract

This study presents an axially compressed linear buckling analysis of functionally graded material (FGM). It is assumed that the material properties of FGM vary continuously through the width accordingly power-law function. Finite element simulations of FGM using the ANSYS software have been studied. The effects of grading-loading direction and power-law exponent were analyzed.

© Afyon Kocatepe Üniversitesi

1. Giriş

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDMler) kompozit malzemelerin bir alt tipi olarak sınıflandırılabilir. Metal/metal, seramik/metal vb gibi malzemelerin karışımlarının kombinasyonları ile elde edilirler. FDMnin mekanik, elektriksel ve ısı özellikleri sürekli olarak kalınlığı veya genişliği boyunca bir fonksiyona bağlı olarak değişir. FDMler düzgün derecelenmiş bir ara yüzey sağlarlar ve bu tasarım yaklaşımı iki farklı malzeme (matris ile güçlendirici, matris ile kaplama gibi) arasındaki uyumsuzlukları azaltmaya yardımcı olur. FDM özelliklerinin belirlenmesine yönelik çalışmalar son zamanlarda artarak devam etmektedir; üretim teknikleri, aşınma, termo-mekanik özellikler, yorulma ve temas mekaniği, burkulma ve serbest titreşim analizi gibi (Tilbrook et al. 2005; Reimanis 2004; Ulukoy, 2011; Ulukoy et al. 2016a; Besisa and Ewais 2016; Zhang et al. 2016; Jin et al. 2016; Ulukoy et al. 2016b).

FDMlerin üretimi için toz metalürjisi, PVD, CVD, yanma sentezi, plazma sprey, termal sprey, savurma döküm, polimerizasyon, modifiye karıştırma döküm, santrifüj sinterleme gibi pek çok farklı yöntem kullanılabilir. Malzeme fonksiyonu üssel, lineer ve kuvvet kuralına göre 3 farklı şekilde değişebilir. Elastisite modülü (E), akma sınırı (Re), çekme dayanımı (Rm) ve poisson oranı (ν) malzeme fonksiyonundan etkilenir (Tilbrook et al. 2005; Reimanis 2004; Cirakoglu, 2001; Cho and Oden 2000; Koizumi, 1993; Rassbach and Lehnert 2000). Matris ile güçlendirici malzemenin uyumluluğu, FDM genişlik veya kalınlığı ve üretim yöntemi tüm bu özellikler üzerinde etkilidir.

Burkulma, bası yükü altında çalışan makine parçaları ve yapısal elemanların tasarımında önemli bir faktördür. Eğer uzunluğu diğer boyutlarından çok daha büyük olan bir yapısal eleman, aksel olarak basıya zorlanırsa iki şekilde hasara uğrayabilir; malzeme akması ve burkulma. Bir ucu tutturulmuş ve diğer ucu serbest olan bir ankastre

eleman için kritik burkulma kuvveti ve gerilmesi Denklem 1.1 ve 1.2'de verilmektedir (Euler bağıntısı). Kritik yük değeri aşıldığında, eleman burkulmaya maruz kalmaktadır.

$$P_{cr} = \pi^2 EI / 4L^2 \quad (1.1)$$

$$\sigma_{cr} = P_{cr} / A \quad (1.2)$$

FDMler, yapısal elemanların burkulma davranışlarını geliştirmek için kullanılabilir (Chu et al. 2016). Bu nedenle, FDMlerin burkulma davranış analizi ilgi çekici bir çalışma alanı oluşturmaktadır. Sürekli değişen malzeme özelliklerinin hesaplanması ve farklı burkulma analiz tiplerini içeren çalışmalar yapılmakta olup, FDMler için pek çok yaklaşım geliştirilmiştir ve halen geliştirilmektedir (Bhandari and Purohit 2014; Demir et al. 2016; Kadoli et al. 2008; Della Croce and Venini2004).

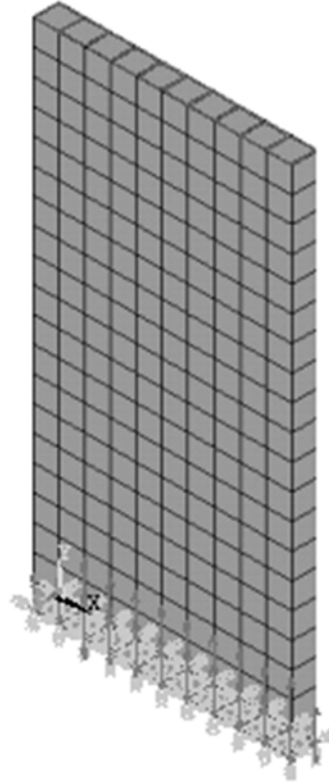
Bu çalışmada, aksenal olarak basıya ve lineer burkulmaya zorlanan FDM analizi sunulmaktadır. FDMnin malzeme özelliklerinin kuvvet kuralına göre sürekli değiştiği kabul edilmiştir. Derecelendirme-yükleme yönü ve kuvvet kuralı üstelinin, malzemenin burkulma davranışına etkisi sonlu elemanlar metodu kullanılarak incelenmiştir. Sonlu elemanlar modellemesi ANSYS programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

2. Materyal ve Metot

Burkulma analizi için ANSYS 14.5 programı kullanılmıştır. 3 boyutlu model için 8 düğüm noktasına ve her düğümde 3 serbestlik derecesine sahip olan SOLID185 elemanı seçilmiştir. Derecelendirilmiş sürekli malzeme özelliklerinin x (yükleme doğrultusuna dik) ve y eksenlerinde (yükleme doğrultusuna paralel) tanımlanması için bir makro yazılmıştır.

Analizlerde kullanılan Elastisite modülü değerleri deneysel sonuçlardan alınmıştır (Ulukoy, 2011; Ulukoy et al. 2016a; Ulukoy et al. 2016b). Katı modelin ölçüleri 50x100x5 mm (a/b=0) ve 50x200x5 mm (a/b=0.25) olarak seçilmiştir ve model ankastre giriş şeklinde oluşturulmuştur (Şekil

1).



Şekil 1. FDM model

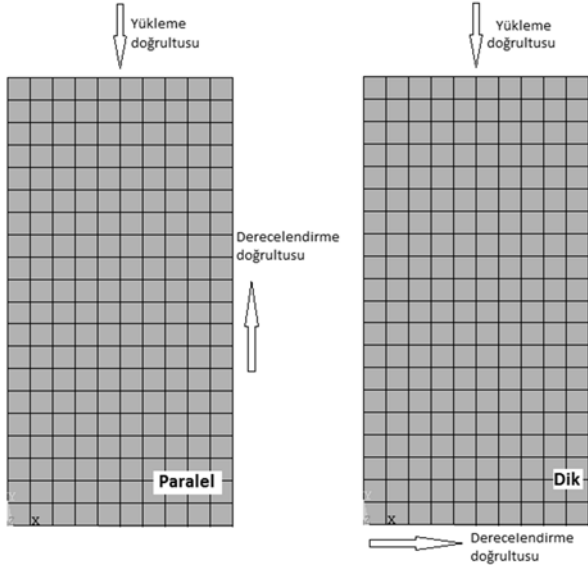
Malzeme özelliklerinin değişimi Elastisite modülüne (E_1 ve E_2), FDMnin genişliği/yüksekliğine (t), başlangıç noktasından itibaren uzaklığa (x veya y), uzaklık fonksiyonuna ($g(x)$ veya $g(y)$) ve derecelendirme üsteline (p) bağlı olarak tanımlanmıştır (Tilbrook et al. 2005; Cirakoglu, 2001; Cho and Oden 2000;Ulukoy, 2011). püsteli değerleri 0.1, 0.2, 0.5, 0.9, 1, 2, 5 ve 9 olarak alınmıştır. Denklem 2.1 ve 2.2'de modellemede kullanılan formüller verilmiştir. Bası yükü y eksenı boyunca derecelendirme yönüne dik veya paralel olacak şekilde uygulanmıştır. Tablo 1'de analizlerde kullanılan malzeme özellikleri ve Şekil 2'de yüklem-derecelendirme yönleri verilmektedir. Poisson oranı 0.33 olarak tüm modelleme işlemlerinde sabit kabul edilmiştir. Sonlu eleman modelinde eleman boyutu olarak 5 mm alınmıştır.

$$g(x) = (x/t)^p \quad (2.1)$$

$$E(x) = E_1(1-g(x)) + E_2.g(x) \quad (2.2)$$

Tablo 1. Sonlu elemanlar modelinde kullanılan parametreler

Elastisite Modülü (E), MPa		Yükleme Doğrultusu
E ₁	E ₂	
110000	64000	Derecelendirme doğrultusuna dik
110000	64000	Derecelendirme doğrultusuna paralel
64000	110000	Derecelendirme doğrultusuna paralel



Şekil 2. Yüklemeye-derecelendirme doğrultusu

Hazırlanan modele burkulma analizi uygulanmadan önce, Elastisite modülü değişimlerinin kontrolü MPLIST komutuyla, Şekil 3'de görüldüğü gibi yapılmıştır. $E_1=110000$ MPa ve $E_2=64000$ MPa değerlere sahip homojen malzemeler için de, FDM sonuçlarıyla karşılaştırma yapabilmek amacıyla burkulma analizi yapılmıştır.

Eigen burkulma analizinden önce, modele ön gerilme etkisi ile statik analiz uygulanmıştır. Her bir analiz için z yönündeki yer değiştirme (U_z) ve von Mises gerilme değerleri (σ_{EQV}), derecelendirme doğrultusunda listelenmiş ve kaydedilmiştir.

```

MPLIST Command
File
LIST MATERIALS PROPERTY= EX 1 TO 200 BY 1
MATERIAL NUMBER 1
TEMP EX 110000.0
MATERIAL NUMBER 2
TEMP EX 103100.0
MATERIAL NUMBER 3
TEMP EX 98500.00
MATERIAL NUMBER 4
TEMP EX 93900.00
MATERIAL NUMBER 5
TEMP EX 89300.00
MATERIAL NUMBER 6
TEMP EX 84700.00
MATERIAL NUMBER 7

```

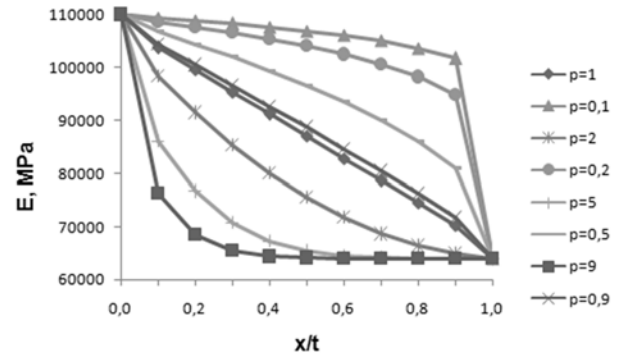
Şekil 3. MPLIST komutuyla elde edilen Ex değerleri

3. Bulgular

3.1. Elastisite modülü değişimleri

Elastisite modülünün derecelendirme üsteli p 'ye göre değişimi Şekil 4'de görülmektedir. Derecelendirme fonksiyonunun sonuç değerleri, p üstelinin artması veya azalmasıyla değişmektedir. Şekil 4'de

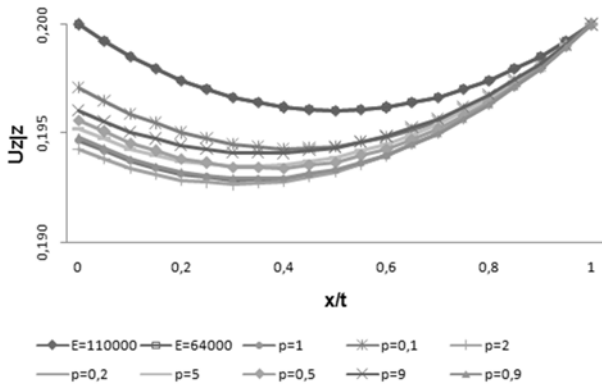
- t , malzeme genişliği (50 mm)
- x , başlangıç noktası olarak seçilen köşeden uzaklığı ifade etmektedir.



Şekil 4. Derecelendirme üsteline bağlı olarak Elastisite modülünün değişimi

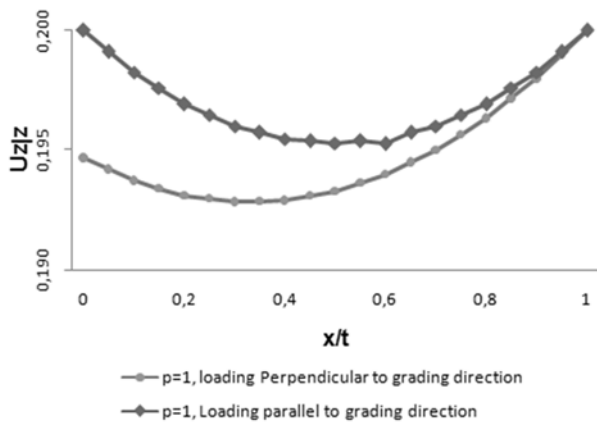
3.2. z yönünde oluşan yer değiştirme

Homojen malzemelerin boyutsuzlaştırılmış yer değiştirme değerleri benzer elde edilmiştir. FDMler için derecelendirmeye dik doğrultuda elde edilen yer değiştirme değerleri birbirinden farklılık göstermiştir. Tüm FDM modellerin sol taraftan sağa doğru Ex değerleri azalmaktadır. Şekil 5'de görüldüğü gibi, yüksek Elastisite modülüne sahip olan kısımlarda yer değiştirme değerleri düşük Elastisite modülüne sahip kısımlardan ve homojen malzemelerden daha küçük elde edilmiştir.



Şekil 5. Boyutsuzlaştırılmış yer değiştirme değerlerinin derecelendirme üsteline ve Elastisite modülü değerlerine bağlı olarak değişimi

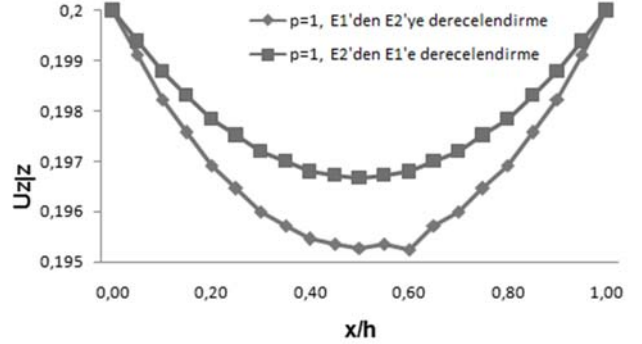
Yükleme yönü derecelendirme yönüne paralel olduğunda, FDMler homojen malzemelere benzer karakteristikler sergilemiştir (Şekil 6). Derecelendirme yönüne paralel yüklemde, Elastisite modülünün değişimi E1'den E2'ye olduğunda (E1> E2), yer değiştirme değerlerinin azalma eğilimde olduğu Şekil 7'de görülmektedir.



Şekil 6. p=1 değerinde yüklem-derecelendirme

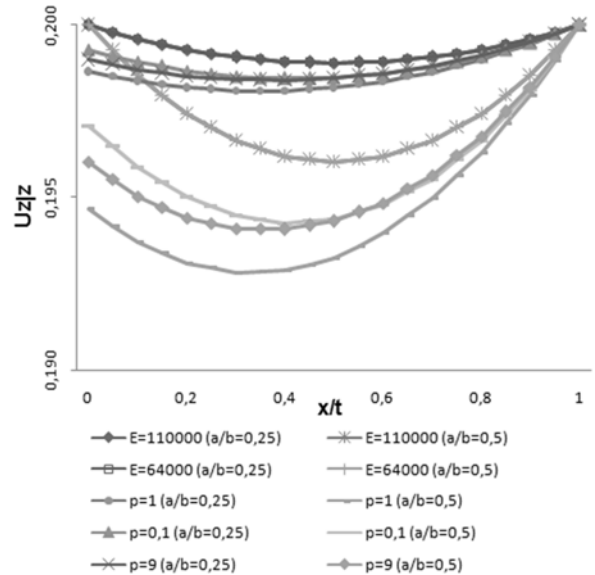
doğrultusuna göre yer değiştirme değerlerinin değişimi

Tablo isimleri tablonun üst tarafında, şekil ve grafik isimleri şeklin ya da grafiğin altında 10 punto ile yazılmalıdır.



Şekil 7. p=1 değerinde boyutsuzlaştırılmış yer değiştirme değerlerinin, derecelendirme doğrultusuna paralel yüklem durumunda Elastisite modülü değerlerine bağlı olarak değişimi

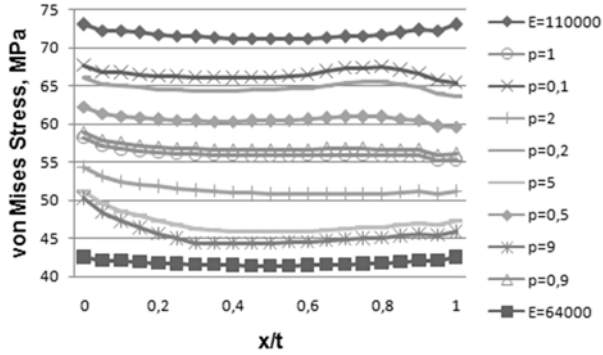
Katı modelin boyutları 50x100x5 mm'den (a/b=0.5) 50x200x5 mm'ye (a/b=0.25) değiştiğinde, yer değiştirme değerleri değişmiştir. Şekil 8'de görüldüğü gibi a/b oranı arttıkça, yüklem yönü derecelendirme doğrultusuna dik olduğunda beklenildiği gibi yer değiştirme değerleri artmıştır.



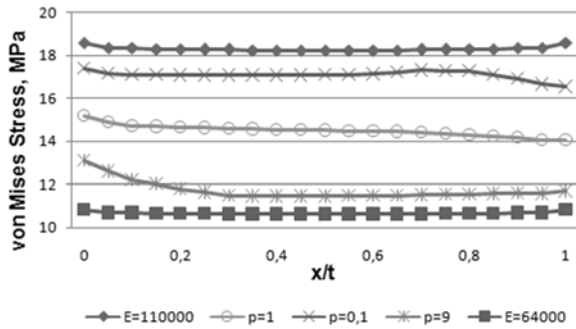
Şekil 8. Yer değiştirme değerlerinin p üsteli ve a/b oranı ile değişimi

3.3. Gerilme dağılımı (σ_{Eqv})

Derecelendirme doğrultusuna dik yükleme durumunda her bir model için aynı çizgi üzerinden elde edilen gerilme değerleri farklılık göstermiştir. Tüm FDM modeller için von Mises gerilme değerleri (σ_{EQV}), homojen malzemelerin gerilme değerlerinin arasında elde edilmiştir (Şekil 9 ve Şekil 10).

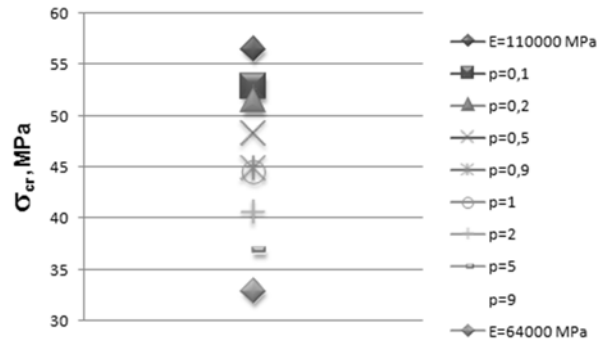


Şekil 9. von Mises gerilme değerlerinin p üsteli ile değişimi (yükleme derecelendirme doğrultusuna dik, a/b=0.5)



Şekil 10. von Mises gerilme değerlerinin p üsteli ile değişimi (yükleme derecelendirme doğrultusuna dik, a/b=0.25)

Katı modeller için elde edilmiş kritik gerilme değerleri Şekil 11'de görülmektedir. Sonuçlar göstermektedir ki, yüklemenin derecelendirme doğrultusuna dik olduğu durumda, p üstelinin azalmasıyla birlikte kritik burkulma yükü de azalmaktadır.



Şekil 11. Kritik burkulma gerilme değerlerinin p üsteli ile değişimi (yükleme derecelendirme doğrultusuna dik)

4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmanın bulguları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- FDMnin Elastisite modülü ve derecelendirme şekli, p üstelinin değişimi ile değişiklik göstermiştir ve bu durum ANSYS sonlu elemanlar programında modele uygulanmıştır.
- Analizler sonucunda, farklı varyasyonlara sahip FDMler farklı yer değiştirme karakteristiği göstermiştir.
- Derecelendirme yönü yükleme yönüne paralel olduğunda, FDMler için homojen malzemelerle benzer sonuçlar elde edilmiştir. Derecelendirme yönü ne dik yüklemeye ise, FDMnin p üsteline bağlı olarak farklı sonuçlar elde edilmiştir.
- Derecelendirme doğrultusuna dik yükleme durumunda, FDMlerin von Mises gerilme değerleri homojen malzemelerin gerilme değerlerinin arasında elde edilmiştir.

ICETAS2016'da sunulmuştur.

Kaynaklar

- Besisa, Dina H.A. Ewais, Emad M.M., 2016. Advances in Functionally Graded Ceramics – Processing, Sintering Properties and Applications, Advances in Functionally Graded Materials and Structures, Dr. Farzad Ebrahimi (Ed.), InTech, DOI: 10.5772/62612.
- Bhandari, M. and Purohit, K., 2014. Static response of functionally graded material plate under transverse load for varying aspect ratio, *International Journal of Metals*, <http://dx.doi.org/10.1155/2014/980563>.
- Chu, F., He, J., Wang, L. and Zhong, Z., 2016. Buckling analysis of functionally graded thin plate with

- in-plan material inhomogeneity, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **65**, 112-125.
- Cho, R. and Oden, J.T., 2000. Functionally graded material: a parametric study on thermal stress characteristics using the crank-nicolson-galerkin scheme, *Comput Meth Appl Mech Eng*, **188**, 17-38.
- Cirakoglu, M., 2001. Processing and characterization of functionally graded titanium/titanium boride/titanium diboride composites by combustion synthesis/compact ion and microwaves, PhD thesis, University of Idaho.
- Della Croce, L. and Venini, P., 2004. Finite elements for functionally graded Reissner-Mindlin plates, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **193**(9), 705-725.
- Demir, Ç., Mercan, K. and Civalek, Ö., 2016. Determination of critical buckling loads of isotropic, FGM and laminated truncated conical panel. *Composites Part B: Engineering*, **94**, 1-10.
- Jin, G., Su, Z. and Ye T., 2016. A Unified Accurate Solution for Three-dimensional Vibration Analysis of Functionally Graded Plates and Cylindrical Shells with General Boundary Conditions, *Advances in Functionally Graded Materials and Structures*, Dr. Farzad Ebrahimi (Ed.), InTech, DOI: 10.5772/62335.
- Kadoli, R., Akhtar, K. and Ganesan, N., 2008. Static analysis of functionally graded beams using higher order shear deformation theory, *Applied Mathematical Modelling*, **32**(12), 2509-2525.
- Koizumi, M., 1993. The concept of FGM. *Ceram Trans Funct Gradient Mater*, **34**, 3-10.
- Rassbach, S., Lehnert, W., 2000. Investigations of deformation of FGM, *Comp Mater Sci*, **19**, 298-303.
- Reimanis, I.E., 2004. Functionally graded materials. In: Wessel JK, editor. *Handbook of Advanced Materials: Enabling New Designs*. Wiley-Interscience, Hoboken, New Jersey, 465-487.
- Tilbrook, M.T., Moon, R.J., Hoffman, M., 2005. Crack propagation in graded composite. *Compos Sci Technol*, **65**, 201-220.
- Ulukoy, A., 2011. Experimental and numerical analysis of fretting fatigue behavior of functionally graded material manufactured by centrifugal casting, *Doktora Tezi, Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Denizli*.
- Ulukoy, A., Topcu, M., Tasgetiren, S., 2016a. Experimental investigation of aluminum matrix functionally graded material: Microstructural and hardness analyses, fretting, fatigue, and mechanical properties. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, **230**, 143-155.
- Ulukoy, A., Topcu, M. and Tasgetiren, S., 2016b. An Experimental Crack Propagation Analysis of Aluminum Matrix Functionally Graded Material, *Advances in Functionally Graded Materials and Structures*, Dr. Farzad Ebrahimi (Ed.), InTech, DOI: 10.5772/62428.
- Zhang, Y., Su, Y., Fang, Y., Qi, Y. and Hu, L., 2016. High-performance Self-lubricating Ceramic Composites with Laminated-graded Structure, *Advances in Functionally Graded Materials and Structures*, Dr. Farzad Ebrahimi (Ed.), InTech, DOI: 10.5772/62538.